

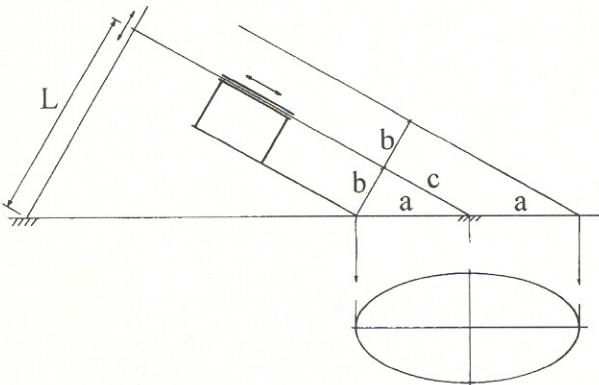
## پرگار مقاطع مخروطی

مقدمه: اگرچه مطالب گوناگون و بسیاری درمورد مقاطع مخروطی (بیضی - هذلولی - سهمی) نوشته شده و روش‌های متعددی جهت ترسیم آنها مطرح گردیده است، با این وصف وسیله‌ای ساده و عملی و ارزان که بتواند منحنی‌های مذکور را بطور پیوسته و بادقت قابل قبولی رسم نماید در بازار یافت نمی‌شود. لذا پرگاری به این منظور طراحی و یک نمونه آن ساخته شده است که شامل سه قسمت: رسام، محور، پایه نگهدارنده محور می‌باشد و در زیر شرح و توضیحاتی در اطراف آن داده شده است.

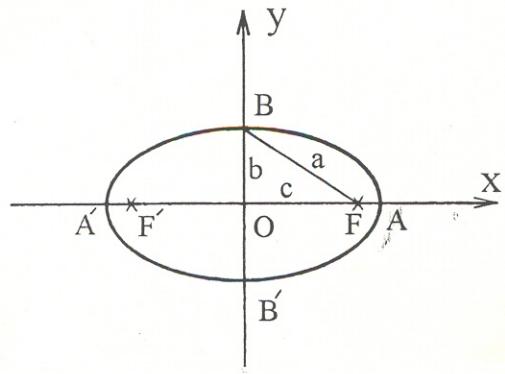
### ۱- بیضی

۱-۱ تعریف بیضی: مکان هندسی نقاطی از صفحه که مجموع فواصلشان از دو نقطه ثابت آن صفحه ( $F$  و  $F'$ ) مقدار مشخص ( $2a$ ) باشد، بیضی نامیده می‌شود. دو نقطه ثابت را کانون و فاصله آنها را به  $2c$  نمایش میدهند که چون  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  است معادله بیضی به شکل  $a^2 = b^2 + c^2$  بدست خواهد آمد.

(شکل ۱)

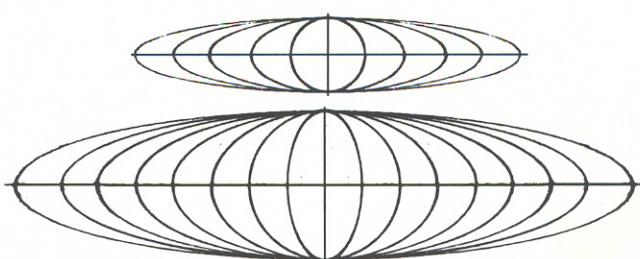


شکل ۲



شکل ۱

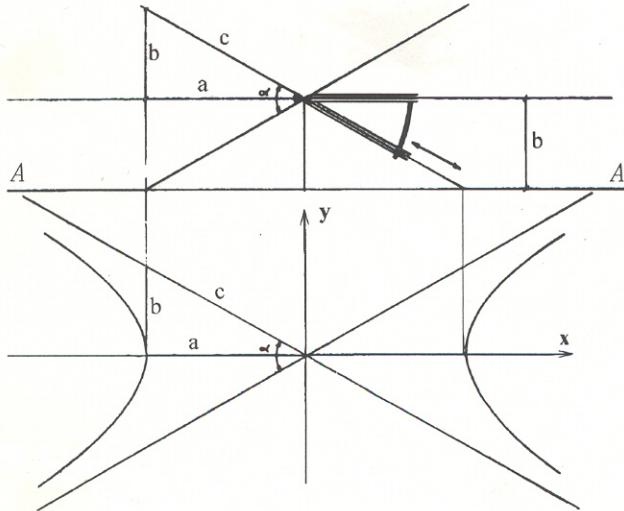
۲-۱ روش رسم بیضی: میدانیم تقاطع سطح استوانه‌ای مستدير با سطح مستوی، بیضی خواهد بود، پس برای رسم بیضی با قطرهای  $2a$  و  $2b$ ، کافیست سطح استوانه‌ای به قطر  $2b$  را آنقدر مایل نسبت به سطح مستوی بگیریم که قطر بزرگ بیضی برابر  $2a$  بشود. در شکل ۲ طرح مزبور ملاحظه می‌شود، که از سه قسمت ۱- رسم کننده، ۲- محور، ۳- پایه نگهدارنده محور، تشکیل شده است. روشن است که با دوران رسم کننده حول محور، در فضا دایره‌ای پدیدخواهد آمد، و بالغزش آن روی محور، در فضا سطح استوانه‌ای مستدير خواهد آمد، ضمناً میتوان پایه نگهدارنده محور را براساس  $\frac{a}{b}$  مدرج نموده برای سهولت در عمل ترسیم مورداستفاده قرار داد. در شکل ۳ تعدادی بیضی که برای نمونه بوسیله پرگار مزبور رسم شده ملاحظه می‌گردد.



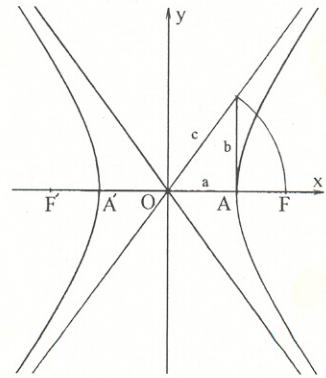
شکل ۳

۲- هذلولی

۱- تعریف هذلولی : مکان هندسی نقاطی از صفحه که تفاضل فواصلشان از دو نقطه ثابت آن صفحه ( $F$  و  $F'$ ) مقدار مشخص ( $2a$ ) باشد، هذلولی نامیده میشود . نقاط ثابت را کانون و فاصله آنها را به  $c$  نمایش بدهند  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  است معادله هذلولی به شکل  $c^2 = a^2 + b^2$  میدهند که چون آمد . (شکل ۴)

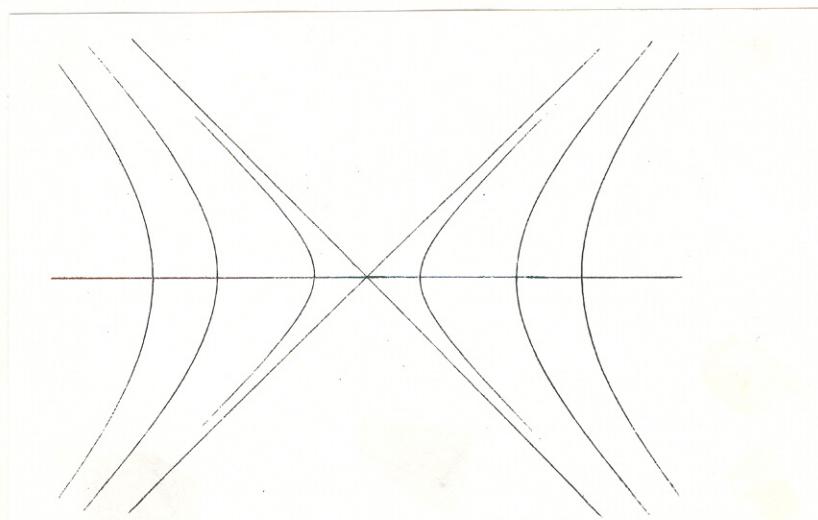


شکل ۵



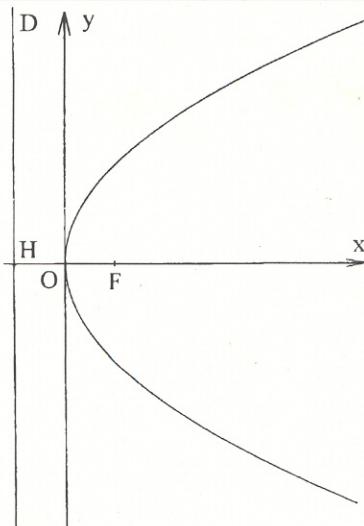
شکل ۴

۲- روش رسم هذلولی : می دانیم تقاطع سطح مخروطی مستدير با سطح مستوي ، بر حسب وضعیت دو سطح نسبت بيكدیگر ، منحنی های بیضی و هذلولی و سهمی خواهد بود . در شکل ۵ تقاطع سطح مخروطی با زاویه راس  $\alpha$  با سطح مستوى  $A-A$  در تصویر قائم و هذلولی ایجاد شده در تصویر افقی رسم شده است ، بادقت به دو تصویر واضح میگردد که فاصله سطح  $A-A$  و محور مخروط برابر  $b$  هذلولی میباشد . با توجه به مطالع فوق ، برای رسم هذلولی ابتدا زاویه سطح مخروطی را تنظیم کرده و ارتفاع محور آنرا به فاصله  $b$  از سطح کاغذ قرار میدهیم سپس با دوران قسمت رسم کننده لغزان ، منحنی موردنظر رسم خواهد شد . ضمنا "پایه نگهدارنده محور را میتوان برای سهولت بیشتر مدرج نمود . در شکل ۶ تعدادی هذلولی که بوسیله پرگار مزبور ، برای نمونه رسم شده است ملاحظه میگردد .



شکل ۶

۱-۳ تعریف سهمی : مکان هندسی نقاطی از صفحه که فاصله آنها از یک نقطه ثابت آن صفحه ( $F$ ) و یک خط از آن صفحه ( $D$ ) برابر باشد، سهمی نامیده میشود . فاصله نقطه و خط را پارامتر سهمی نامیده و به  $P$  نمایش میدهد. که در این صورت معادله سهمی به شکل  $y^2 = 2px$  بدست خواهد آمد. (شکل ۷)

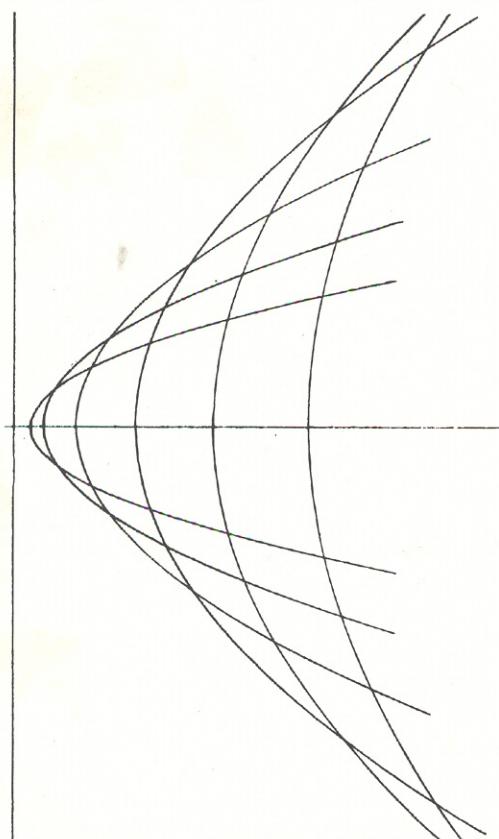


شکل ۷

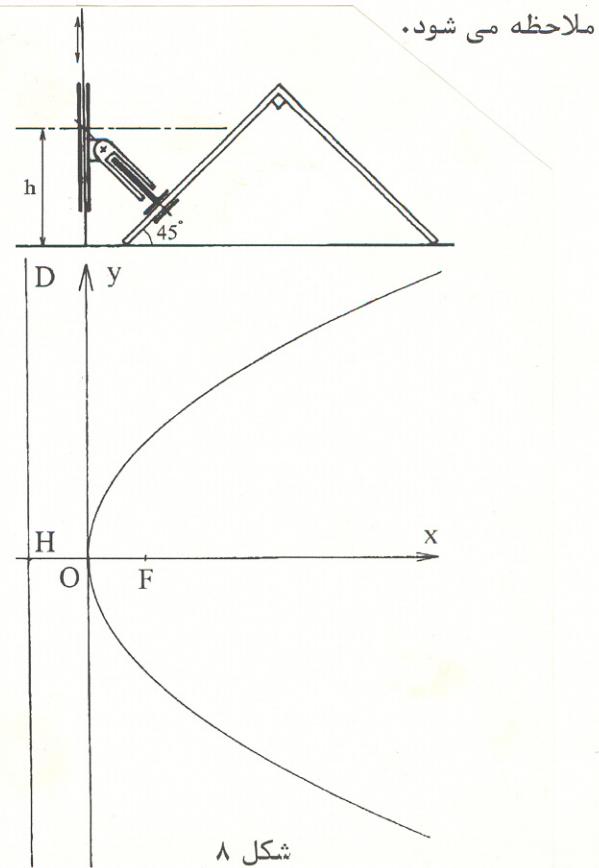
۲-۳ روش رسم سهمی : می دانیم اگر سطح مستوی موازی با یکی از مولدهای سطح مخروطی مستدیر باشد، منحنی حاصل از تقاطع دو سطح ، سهمی خواهد بود .

از تعریف سهمی روشن است که تمام سهمی ها مشابه اند ، بنابراین از تقاطع هر سطح مخروطی مشخص، با صفحات مختلف ، کلیه سهمی ها را میتوان بدست آورد.

در رسم سهمی ، میتوان ثابت کرد که  $p = h \cdot \tan \frac{\alpha}{2}$  وقتی که  $h$  ارتفاع راس مخروط از سطح کاغذ و  $\alpha$  زاویه راس مخروط میباشد . چنانچه زاویه راس مخروط  $90^\circ$  گرفته شود،  $p = h$  خواهد شد. در شکل ۸ روش رسم سهمی ملاحظه می شود. در شکل ۹ تعدادی سهمی که برای نمونه بوسیله پرگار مزبور رسم شده



شکل ۹



شکل ۸